微积分上期末重要知识点练习题

一、 函数、极限和连续

1. 设$f(x)=\frac{1}{\sqrt{3-x}}+ln(x-2)$，求函数$f(x+a)+f(x-a),0<a<\frac{1}{2}$的定义域

2. 设$f(x)$在$x=0$处连续，且当$x\neq 0$时，$f(x)=3^{-\frac{1}{x^2}}$，求$f(0)$

3. 已知$\lim\limits_{x\to 0}\frac{ln(1+\frac{f(x)}{sinx})}{a^x-1}=A\neq 0$，且$a>0,a\neq 1$，求$\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}$

4. 已知$f(x)=\lim\limits_{t\to+\infty}(1+\frac{x}{t})^{2t}$，求$f(ln2)$

5. 设$\lim\limits_{x\to+\infty}ax+\sqrt{x^2-x+1}-b=0$，求$a$，$b$的值

6. 求极限$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt{n^2+1}}+\frac{1}{\sqrt{n^2+\frac{1}{2}}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{n^2+\frac{1}{n}}}$

7. 求数列极限 $\lim\limits_{n\to\infty} n^2(\sqrt{\frac{n}{n+1}}-\sqrt{\frac{n+1}{n+2}})$

8. 求极限 $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{n}(\sqrt{4n+1}-\sqrt{4n+4})$

9. 求极限 $\lim\limits_{x\to+\infty} (3^x+5^x)^{\frac{1}{x}}$

二、 一元函数微分学

1. $y = ln\sqrt{\frac{1+cosx}{1-cosx}}$，求$y'$

2. 已知$y = y(x)$由$x + arctany = y$决定，求y''

3. 已知$x = aln\frac{a+\sqrt{a^2-y^2}}{y}$，求$\frac{dy}{dx}$

4. 设$f(x)=\begin{cases}\frac{sinx}{x}+2x, x\neq 0\\ a, x=0\end{cases}$可导，求$a$的值并求$f'(x)$，判断$f'(x)$在$x=0$处的连续性

5. 设$x=x(y)$是$y=lnx+e^x$的反函数，求$\frac{dx}{dy}$和$\frac{d^2x}{dy^2}$

6. 设$y=y(x)$是由方程$e^{xy}=x+y+e-2$在$(1,1)$点附近确定的函数，求$\frac{dy}{dx}$和$\frac{dy}{dx}|_{(1,1)}$

7. 在曲线$y=\frac{lnx}{x}$上求一点，使得曲线在该点处有水平切线

8. 设l是曲线$y=x-\frac{1}{x}$的一条斜率为2的切线，求切点坐标

9. 确定函数$y=\frac{x}{2}-arctanx$的定义域、值域、单调性、凹凸性、极值点和拐点，并画出函数图像的草图

10.确定函数$y=\frac{(x-2)^2}{2x}$的定义域、值域、单调性、凹凸性、极值点和拐点，并画出函数图像的草图

三、 一元函数积分学（上）

1. 求不定积分$\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{1+e^x}}dx$

2. 求不定积分$\int \frac{e^x x^2}{(x+2)^2}dx$

3. 求不定积分$\int \frac{arcsin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}dx$

4. 求不定积分$\int \frac{1}{x^2(1+3x)}dx$

5. 求不定积分$\int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} arcsin\sqrt{1-x^2}dx$

6. 求不定积分$\int e^{2x} arctan\sqrt{e^x-1}\,dx$

7. 求不定积分$\int \frac{x+1}{x^2+x+1} dx$

8. 已知$lnf(x) = cos^2 x$，求$\int \frac{xf'(x)}{f(x)} dx$

9. 设$f(x)$的一个原函数为$e^{-(sinx)^2}$，求不定积分$\int xf'(x)\, dx$

10.已知$\int f(3x)\,dx = \frac{sinx}{x} + C$，求不定积分$\int x^2 f(x)\,dx$